Teoría de Juegos

Tarea IV

1. Ana y Bernardo quieren vender sus casas y esperan hacerlo a dos posibles compradores, Carlos y David, los cuales quieren comprar únicamente una casa. Ana valora su casa en 10 y Bernardo en 20, en algunas unidades. Por otra parte, Carlos considera que la casa de Ana vale cuando mucho 14 y la de Bernardo, 23; David considera que el valor máximo de la casa de Ana es 18 y la de Bernardo, 25; todo en las mismas unidades.

   (a) Modelo esta situación de negociación como un juego cooperativo.

   (b) Encuentra el valor de Shapley del juego anterior utilizando el potencial del juego. Proporciona una interpretación del resultado.

2. Utilizando la idea del potencial se desea hacer una variante. Se quiere una solución eficiente que, en lugar de que cada jugador obtenga su pérdida de potencial, se le asigne al jugador i el pago $\frac{P(N)}{P(N\setminus\{i\})}$. Considera, para este caso, $P(\emptyset) = 1$

   (a) ¿Cuál sería la solución para el siguiente juego?

   $$v(\{1\}) = 1;\ v(\{2\}) = v(\{3\}) = 2$$
   $$v(\{1,2\}) = v(\{1,3\}) = 4;\ v(\{2,3\}) = 6;\ v(\{1,2,3\}) = 15$$

   (b) Demuestra que la solución obtenida anteriormente, para el caso con n jugadores, es consistente con respecto al juego reducido (T, v_T) planteado por Hart y Mas-Colell visto en clase.

3. Considera el juego cooperativo del ejercicio anterior. Sea $T = \{1, 2\}$ y ϕ el valor de Shapley. Construye el juego reducido v_T^{ϕ} visto en clase.

   (a) Verifica la afirmación de Hart y Mas-Colell de que $\phi_i(v_T^{\phi}) = \phi_i(v)$ para todo $i \in T$. ¿Qué ocurre cuando ϕ es el valor de Banzhaf-Coleman?

   (b) Dado un juego (N, v), una solución φ, un jugador $i \in N$ y $T = N\setminus\{i\}$, es posible construir el siguiente juego reducido $(T, \widehat{v}_T^{\varphi})$, para todo $S \subseteq T$

   $$\widehat{v}_T^{\varphi}(S) = \frac{s}{n-1}\left[v(S \cup \{i\}) - \varphi_i(N, v)\right] + \frac{n-1-s}{n-1}v(S).$$

   i. Proporciona una interpretación del juego reducido anterior.

   ii. Verifica si para el ejemplo del ejercicio anterior, se cumple que $\phi_i(\widehat{v}_T^{\phi}) = \phi_i(v)$ cuando ϕ es el valor de Shapley y el valor de Banzhaf-Coleman.