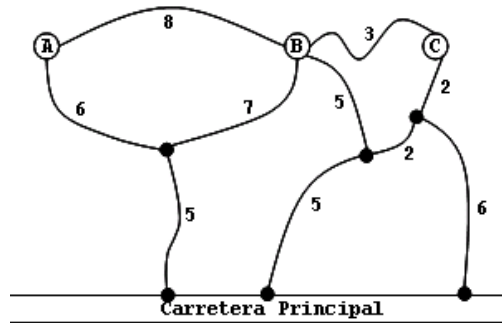


# Teoría de Juegos

## Tarea I

1. Tres pueblos (A,B y C) están conectados entre ellos y a la carretera principal por una serie de caminos de terracería como se muestra en la figura. Se desea conectar a los pueblos a la carretera principal mediante caminos pavimentados y los costos de pavimentación de cada sección se indican en la figura. Para tratar de minimizar costos se ha optado por un proyecto cooperativo y se toma en cuenta que, para un grupo de pueblos, siempre se pavimentará el camino más barato que una a dichos pueblos con la carretera principal. El problema es cómo se dividirá el costo de pavimentación entre los pueblos.



- (a) Plantear la situación anterior como un juego cooperativo.
  - (b) Encontrar el valor de Shapley del juego.
2. En una negociación se tienen dos vendedores y un comprador. Cada vendedor tiene un objeto por el cual pagaron \$100 y desean venderlo. El comprador tiene \$200 disponibles para la compra de solamente uno de los objetos. Él está interesado en pagar el menor precio posible por el objeto.
    - (a) Plantea la situación anterior como un juego cooperativo.
    - (b) Calcula el valor de Shapley del juego anterior.
  3. En cierta industria se tiene a la persona  $A$  que provee la maquinaria para realizar un producto, pero él no sabe utilizarla. A su vez, se tienen  $m$  trabajadores que, utilizando la maquinaria de  $A$ , pueden elaborar cada uno de ellas un producto, que al venderlo, significa una ganancia de  $p$  unidades.
    - (a) Modela la situación anterior como un juego cooperativo.

- (b) Calcula el valor de Shapley del juego anterior.
- (c) Supón que todos los trabajadores forman un único sindicato. Las políticas del sindicato son *o nos contratan a todos o no contratan a nadie. y lo que gane el sindicato se dividirá entre partes iguales entre sus miembros*. Esta situación puede modelarse como un juego cooperativo de dos jugadores. Realice dicha modelación y calcula el pago a cada trabajador utilizando el valor de Shapley.
- (d) Asume que  $m$  es par y que ahora se formarían 2 sindicatos, cada uno de ellos con el mismo número de miembros. Utilizando las mismas políticas del inciso anterior, calcula el pago a cada jugador utilizando el valor de Shapley. ¿Qué pasa si ahora se tiene un sindicato con  $m-1$  trabajadores y un trabajador individual? ¿Qué puedes concluir con esto?
4. De acuerdo a cierto procedimiento, para producir una tonelada de fertilizante tipo  $A$  se necesitan (entre otras cosas) 300 kg. de fosfatos, 200 kg. de composta y 200 kg. de micronutrientes; para hacer una tonelada del fertilizante  $B$  se utilizan 350 kg. de fosfatos, 150 kg. de composta y 250 kg. de micronutrientes. La tonelada del fertilizante  $A$  se vende a 475 unidades y del fertilizante  $B$ , a 600 unidades. Ana tiene almacenados 4000 kg de fosfatos, 3000 kg. de composta y 3000 kg. de micronutrientes; Beatriz tiene 4500 kg. de fosfatos, 2000 kg. de composta y 4000 kg. de micronutrientes; Carlos cuenta con 3500 kg. de fosfatos, 4500 kg. de composta y 3500 kg. de micronutrientes. Han decidido trabajar en conjunto para producir mayor cantidad de fertilizante y con ello, obtener mayores ganancias.
- (a) Plantea la situación anterior como un juego cooperativo.
- (b) Calcula cómo deben dividirse lo que consiguen mediante las ventas utilizando el valor de Shapley.
5. Calcula el valor de Shapley del juego cooperativo ( $n \geq 2$ ):

$$v(S) = \begin{cases} |S|, & \text{si } 1 \in S \text{ y } 2 \in S; \\ 0, & \text{en otro caso.} \end{cases}$$